



Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática



Plano de ensino
Semestre 2022-2

I. Identificação da disciplina

Código	Nome da disciplina	Horas-aula semanais		Horas-aula semestrais
MTM3454	Estruturas Algébricas	Teóricas: 6	Práticas: 0	108

II. Professor(es) ministrante(s)

Eliezer Batista – eliezer1968@gmail.com

III. Pré-requisito(s)

- MTM3421 – Álgebra Linear I,
- MTM3451 – Álgebra I,
- MTM3452 – Álgebra II.

IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a disciplina é oferecida

Matemática – Bacharelado

V. Ementa

Categorias. Módulos. Módulos projetivos e injetivos. Módulos sobre domínios principais. Produto tensorial.

VI. Objetivos

1. Reconhecer estruturas algébricas e demonstrar teoremas(resultados) relacionados.
2. Conhecer e aplicar resultados sobre homomorfismo e isomorfismo de módulos.
3. Identificar propriedades de bases de módulos e compara-las com propriedades de base de espaços vetoriais

VII. Conteúdo programático

Unidade 1. Categorias.

- 1.1 Categorias: definição e exemplos.
- 1.2 Funtores covariantes e contravariantes.
- 1.3 Transformações naturais e isomorfismos naturais

Unidade 2. Módulos.

- 2.1 Módulos: definição e exemplos.
- 2.2 Submódulos. Intersecção e soma de submódulos. Submódulo gerado Módulo cíclico. Anulador.
- 2.3 Produto direto e soma direta(interna e externa).
- 2.4 Homomorfismos de módulos.
- 2.5 Módulo quociente. Teoremas de isomorfismo.
- 2.6 Sequências exatas.
- 2.7 Correspondência entre R-projetores, soma direta e idempotentes do anel

Unidade 3. Módulos projetivos e injetivos.

- 3.1 Bases e módulos livres.
- 3.2 Módulos projetivos
- 3.3 Módulos injetivos.
- 3.4 Os funtores $\text{Hom}_R(M, -)$ e $\text{Hom}_R(-, N)$ e sequências exatas.
- 3.5 -Módulos divisíveis. Grupo abeliano divisível

Unidade 4. Módulos sobre domínios.

- 4.1 Posto.
- 4.2 Condições de cadeia: módulos/anéis artinianos e noetherianos.
- 4.3 Módulos sobre domínios principais.

VII. Conteúdo programático (continuação)

- 4.4 Módulos projetivos e injetivos sobre domínios principais
- 4.5 Módulos de torção e p-módulo de torção.
- 4.6 Teorema dos divisores elementares. Teorema dos fatores invariantes

Unidade 5. Produto tensorial.

- 5.1 Funções balanceadas.
- 5.2 Definição, existência e unicidade do produto tensorial
- 5.3 Propriedades do produto tensorial.
- 5.4 O funtor produto tensorial e sequências exatas.

VIII. Metodologia de ensino e desenvolvimento do programa

O conteúdo programático será trabalhado através de aulas presenciais dialogadas.

IX. Metodologia de avaliação

O aluno será avaliado através de três avaliações que consistirão de provas não presenciais e da elaboração de um artigo relativo ao conteúdo com a apresentação de um seminário relativo ao conteúdo do artigo. A média final do aluno será calculada através da média ponderada

$$M = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + A}{5},$$

em que P_i é a nota da i -ésima prova não presencial e A é a nota do artigo, será aprovado o estudante que tiver média maior ou igual a 6,0.

Sugestão de tópicos para o artigo e seminário:

1. O Radical de Jacobson.
2. O teorema da densidade de Jacobson e suas consequências.
3. Funtores derivados, Ext e Tor.
4. Cohomologia de grupos.
5. Representações de grupos finitos. Teoria de caracteres e relações de ortogonalidade.
6. Limites diretos e limites inversos.

X. Avaliação final

De acordo com o parágrafo 2º do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o aluno com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação assíncrona, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota da nova avaliação.

XI. Cronograma teórico

A distribuição do conteúdo programático é apenas uma previsão inicial e pode ser alterada durante o semestre.

A sequência dos tópicos do conteúdo programático será feita da seguinte maneira:

1. Unidade 2;
2. Unidade 3;
3. Unidade 5;
4. Unidade 4;
5. Unidade 1.

XII. Cronograma prático

Não se aplica.

XIII. Bibliografia básica

1. DUMMIT, D. S., FOOTE, R. M.. Abstract algebra. Wiley, 2003.
2. MILIES, F. C. P. Anéis e Módulos, publicações do IME-USP, 1972.

XIV. Bibliografia complementar

1. LAM, T. Y. – Lectures on modules and rings. New York: Springer, 1999.
2. LAM, T. Y. – Exercises on modules and rings. New York; Springer, 2007.
3. ROWEN, L. H. – Ring theory, Academic Press, 1991.
4. HILTON, P. – STAMMBACH, U.; A course in. homological algebra. New York: Springer, 1971
5. JACOBSON, N. – Basic Algebra II, mover, 2009.
6. HUNGERFORD, T.. Algebra, Graduate Texts in Mathematics, Springer, 1974.

XIV. Bibliografia complementar (continuação)

7. WISBAUER, Robert. Foundations of Module and Ring Theory, Gordon and Breach Science Publishers, Reading, 1991. Disponível em: <http://www.math.uni-duesseldorf.de/~wisbauer/book.pdf>

Florianópolis, 28 de julho de 2022.

Professor Eliezer Batista
Coordenador da disciplina