



Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas  
Departamento de Matemática



Plano de ensino  
Semestre 2022-2

I. Identificação da disciplina

Código	Nome da disciplina	Horas-aula semanais		Horas-aula semestrais
MTM3481	Geometria Diferencial	Teóricas: 6	Práticas: 0	108

II. Professor(es) ministrante(s)

Ivan Pontual Costa e Silva (pontual.ivan@ufsc.br)

III. Pré-requisito(s)

MTM3403 – Cálculo III

IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a disciplina é oferecida

Matemática – Bacharelado.

V. Ementa

Curvas em  $\mathbb{R}^3$ . Curvas em  $\mathbb{R}^n$ . Curvas planas. Teoria Global. Superfícies em  $\mathbb{R}^3$ . Aplicação de Gauss (Segunda Forma Fundamental). Geometria Esférica. Geometria Hiperbólica.

VI. Objetivos

Concluindo o programa de MTM3481 – Geometria Diferencial, o aluno deverá ser capaz de:

- Introduzir técnicas diferenciais para o estudo de curvas e superfícies.
- Introduzir uma estrutura (métrica) Riemanniana sobre a superfície através de um mergulho em  $\mathbb{R}^3$ .
- Estudar objetos intrínsecos (ex. curvatura, torção) definidos pela métrica.
- Estudar exemplos de geometrias não euclidianas.

VII. Conteúdo programático

Unidade 1. Curvas

- 1.1 Curvas em  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$ .
- 1.2 Curvas parametrizadas. Curvas regulares.
- 1.3 Comprimento de arco.
- 1.4 Curvatura e torção.
- 1.5 Curvas em  $\mathbb{R}^n$ .
- 1.6 Referencial de Frenet, Equações de Frenet.
- 1.7 Teoria local de curvas parametrizadas pelo comprimento de arco.
- 1.8 Teoria global de curvas planas.

Unidade 2. Superfícies regulares em  $\mathbb{R}^3$ .

- 2.1 Superfícies regulares. Imagem inversa de valores regulares.
- 2.2 Funções diferenciáveis sobre superfícies.
- 2.3 Plano tangente.
- 2.4 Aplicações diferenciáveis entre superfícies e a derivada de uma aplicação.
- 2.5 Primeira Forma Fundamental (métrica induzida). Área.
- 2.6 Orientação de superfícies, superfícies não orientáveis.
- 2.7 Campos vetoriais sobre superfícies.

Unidade 3. Aplicação Normal de Gauss.

- 3.1 Segunda Forma Fundamental.
- 3.2 Curvatura média, curvatura Gaussiana.
- 3.3 Derivada covariante.
- 3.4 Símbolos de Christoffel.
- 3.5 Teorema Egregium de Gauss e equações de Mainardi-Codazzi.
- 3.6 Transporte paralelo.

## VII. Conteúdo programático (continuação)

### 3.7 Geodésicas.

Unidade 4. Teorema de Gauss-Bonnet.

Unidade 5. Exemplos de Geometria

#### 5.1 Geometria Esférica.

5.1.1 Geodésicas de  $\mathbb{S}^2$ .

5.1.2 Isometrias de  $\mathbb{S}^2$ .

5.1.3 Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo geodésico.

#### 5.2 Geometria Hiperbólica.

5.2.1 Modelo do semiplano superior  $\mathbb{H}^2$ .

5.2.2 Geodésicas de  $\mathbb{H}^2$ .

5.2.3 Isometrias de  $\mathbb{H}^2$ .

5.2.4 Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo geodésico.

## VIII. Metodologia de ensino e desenvolvimento do programa

A disciplina será, salvo imprevistos relacionados à pandemia de Covid-19, integralmente presencial, com aulas dialogadas em quadro de giz. Listas de exercícios e/ou material complementar serão disponibilizados na plataforma Moodle.

## IX. Metodologia de avaliação

Os alunos serão avaliados mediante três provas, e pelas listas de exercícios. A nota final será obtida pela média aritmética das notas obtidas nas três provas, e o(a) aluno(a) que entregar TODAS as listas terá direito a um ponto acrescido na média assim calculada. Não será concedida pontuação parcial se alguma das listas não for entregue. Será considerado aprovado o aluno que tiver, além de frequência suficiente, média maior ou igual a 6,0.

## X. Avaliação final

Conforme o parágrafo 2º do artigo 70, o aluno com frequência suficiente (FS) e média  $M$  entre 3,0 (três) e 5,5 (cinco vírgula cinco) terá direito a uma avaliação final.

De acordo com o parágrafo 3º do artigo 71, a nota final será calculada através da média aritmética entre  $M$  e a nota obtida na avaliação final. O aluno estará aprovado se obtiver nota final maior ou igual a 6,0 (seis vírgula zero).

## XI. Cronograma teórico

O conteúdo será ministrado como segue:

Semanas 1, 2: Unidade 1

Semanas 3 a 8: Unidade 2

Semanas 9 a 13: Unidade 3

Semanas 14 e 15: Unidade 4

Semanas 16 a 18: Unidade 5

## XII. Cronograma prático

Não se aplica.

## XIII. Bibliografia básica

1. DO CARMO, M. P. : “Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies”. SBM Textos Universitários, 4a Ed, 2010.
2. TENENBLAT, K. : “Introdução à Geometria Diferencial”. Ed. Blucher, 2a Ed, 2008.
3. ARAÚJO, P.V. : “Geometria Diferencial”. SBM Coleção Matemática universitária, IMPA 2012.
4. O’NEILL, B. : “Elementary Differential Geometry”. Elsevier, 2a Ed, 2006.
5. BÄR, C. : “Elementary Differential Geometry”. Cambridge University Press, 2010.
6. Notas de Aula “Geometria Diferencial”, Professor Rodney Josué Biezuner (UFMG), disponíveis em [http://150.164.25.15/~rodney/notas\\_de\\_aula/geometria\\_diferencial.pdf](http://150.164.25.15/~rodney/notas_de_aula/geometria_diferencial.pdf)
7. Notas de Aula “Introduction to Differential Geometry”, Professor Gregory Galloway (University of Miami), disponíveis em <https://www.math.miami.edu/~galloway/IntroDNotes.pdf>

## XIV. Bibliografia complementar

1. KLINGENBERG, W. : “A Course in Differential Geometry”. Springer, 1978.
2. RATCLIFFE, J.G. : “Foundations of Hyperbolic Manifolds”. Springer, 2006. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-47322-2>

#### XIV. Bibliografia complementar (continuação)

3. SCHLICHTKRULL, H. : “Curves and Surfaces”. Kopenhagen, 2013. Disponível em: <http://www.math.ku.dk/noter/filer/geom1-2013.pdf>.
4. SPIVAK, M. : “A Comprehensive Introduction to Differential Geometry”, vol. III, Publish or Perish, 2a Ed, 1979.
5. SHIFRIN, T. : “Differential Geometry: A First Course in Curves and Surfaces”. University of Georgia, 2012.

Florianópolis, 1 de agosto de 2022.

---

Professor Ivan Pontual Costa e Silva  
Coordenador da disciplina