Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC
Departamento de Matemática
Plano de Ensino - Análise II - 2023-1

1 Identificação da disciplina

1.1 Código

MTM 3432

1.2 Nome da Disciplina

Análise II

1.3 Horas aula

4 h semanais teóricas

1.4 Horas aula semestrais

72 h

2 Professor Ministrante

Fabio Silva Botelho (e-mail: fabio.botelho@ufsc.br)

3 Pré-requisitos

1. MTM3431 : Análise I

4 Cursos para os quais é oferecida

Bacharelado em Matemática, Licenciatura em Matemática

5 Ementa

Integral de Riemann de funções de várias variáveis. Medida de Lebesgue. Teoremas de convergência para integrais de Lebesgue. Espaços L^p.

6 Objetivos

Concluindo a disciplina MTM3432 - Análise II, o aluno deverá ser capaz de:

1. Trabalhar com as Integrais de Riemann e Lebesgue no espaço euclidiano $\mathbb{R}^n$.
2. Dominar os conceitos e técnicas empregadas na resolução de problemas sobre o conteúdo programático;
3. Conhecer as principais propriedades dos espaços de funções integráveis a Lebesgue sobre um aberto do $\mathbb{R}^n$.

7 Conteúdo Programático

1. Integral de Riemann.
   (a) Somas inferiores e superiores. Propriedades. Funções integráveis em domínios do $\mathbb{R}^n$. ondição de integrabilidade de Riemann. Condição de Darbôux.
   (b) Conjuntos de medida nula em $\mathbb{R}^n$.
   (c) O Teorema de Lebesgue. Caracterização de funções integráveis a Riemann. Consequências. Relação medida da fronteira versus integrabilidade.
   (d) Propriedades da integral de Riemann.
   (e) Teorema fundamental do cálculo, mudança de variável e integração por partes.
   (f) Derivação sob o sinal de integração.
   (g) Integrais impróprias.
2. Integral de Lebesgue
   (a) Medida exterior de Lebesgue no $\mathbb{R}^n$.
   (b) Conjuntos mensuráveis e funções mensuráveis. Propriedades.
   (c) Medidas. A medida de Lebesgue no $\mathbb{R}^n$.
   (d) Conjuntos de medida nula. Conjunto de Cantor.
   (e) Conjunto Generalizado de Cantor.
   (f) Conjuntos borelianos.

(g) Existência de conjuntos não mensuráveis. Teorema de Vitali. Existência de funções não mensuráveis.

(h) Outras caracterizações de conjuntos mensuráveis. Teorema de Carathéodory.

(i) Funções simples. Integral de Lebesgue de funções simples.

(j) Integral de Lebesgue de funções mensuráveis positivas.

(k) Teorema de Egoroff. Lema de Fatou. Teorema da convergência monótona.

(l) Integral de Lebesgue de funções mensuráveis.

(m) Propriedades da integral de Lebesgue.

(n) Teorema da convergência dominada de Lebesgue.

(o) Comparação entre integrais de Lebesgue e Riemann.

(p) Teorema de Fubini.

(q) Espaços L^p.

8 Metodologia de Ensino

As atividades pedagógicas presenciais serão realizadas mediante aulas teóricas expositivas e de exercícios.

Haverá um horário fixo semanal de atendimento para os estudantes a ser indicado na primeira semana de aula.

9 Avaliação

Haverá 3 avaliações escritas cujas datas serão anunciadas com pelo menos duas semanas de antecedência. O aluno com frequencia mínima de 75 por cento que obtiver média aritmética 6.0 em relação às 3 provas estará aprovado. De acordo com o parágrafo 2^o do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o aluno com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada mediante à média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota da nova avaliação.

10 Bibliografia Básica

(a) LIMA, E. - Curso de Análise, Volume 2, décima segunda edição, Projeto Euclides, EMPA, Rio de Janeiro.

(b) RUDIN, W. - Princípios de Análise Matemática; Ao Livro Técnico e Editora Universidade de Brasília; 1971.

(c) BARTLE, R. G. - Elementos de Análise Real, Rio de Janeiro. Editora Campus, 1983.
(d) F.S. Botelho, Functional Analysis, Calculus of Variations and Numerical Methods for Models in Physics and Engineering, CRC Taylor and Francis, New York, 2020.
(e) F.S. Botelho, Real Analysis and Applications, Springer Switzerland, 2018.

11 Bibliografia complementar

(a) ISNARD, C. - Introdução à medida e integração. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2009. 314 p.(Projeto Euclides)
(b) MARSDEN, J. e HOFFMAN, M. - Elementary Classical Analysis, Second edition, W. H. Freemanand Company, New York, 1993
(c) RANA, K. - An Introduction to Measure and Integration, Second edition, AMS, Graduate Studies in Mathematics, Volume 45, Providence, 2002.
(d) ROYDEN, H.L. e FITZPATRICK, P.M. - Real Analysis, Fourth edition, Pearson,.2010.
(e) BARTLE, R.G. - The Elemento of Integration and Lebesgue Measure, John Wiley and Sons Inc., Wiley Classics. Library Edition Published, New York, 1995.

Fabio Silva Botelho, 17 de Março de 2023.